

Probabilités

1

Indépendance :

La probabilité d'une issue c'est le produit des probabilités de celle-ci.

$$\hookrightarrow P(I, A) = P(I) \times P(A)$$

Bernoulli :

Epreuve avec deux issues aléatoires $\begin{cases} S \rightarrow \text{le succès} \\ \bar{S} \rightarrow \text{l'échec} \end{cases}$

La loi de Bernoulli :

X est la variable aléatoire $\begin{cases} 1 \text{ en cas de succès} \\ 0 \text{ en cas d'échec} \end{cases}$

$P(X=A) \rightarrow$ la loi de Bernoulli de paramètre p

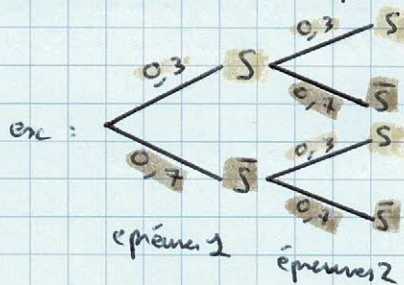
l'espérance et la variance :

l'espérance de $X \rightarrow E(X) = p = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$

la variance de $X \rightarrow V(X) = p(1-p) = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - E(X))^2$

Le schéma de Bernoulli :

un schéma de Bernoulli est une répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes



La loi Binomiale

La loi binomiale prends comme paramètres n et p

On note : $B(n; p)$

nb de répétition $\swarrow$ probabilité
du succès $\searrow$

$\forall k \in \llbracket 0; n \rrbracket$, on a :

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

l'espérance et la variance (avec la loi binomiale) :

$$E(X) = np$$

$$V(X) = np(1-p)$$

Méthode de rédaction

- "Interroger une personne" est une épreuve de Bernoulli dont le succès est : "la personne utilise un objet" de probabilité $p = 0,7$
- On répète $n = 5$ fois cette épreuve de Bernoulli de manière identiques et dans des conditions d'indépendances
- On obtiens un schéma de Bernoulli
- X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès. Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,7$
- $\forall k \in \llbracket 0; n \rrbracket$, $P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

La calculatrice :

$P(X \leq 2) \rightarrow$ depuis la calculatrice

$$P(X \geq 2) \rightarrow P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$= 1 - P(X \leq 1) \rightarrow \text{depuis la calculatrice}$$

$$P(\{X \geq 3\} \cap \{X \leq 10\}) = P(3 \leq X \leq 10)$$

$$= P(X \leq 10) - P(X \leq 2)$$

$\hookrightarrow$ depuis la calculatrice

$P(X = 2) \rightarrow$ depuis la calculatrice

Menu Fonctions $g(x) = \text{binomcdf}(x, n, p)$

$\hookrightarrow$ pour étudier des opérations précises avec des probabilités

"à l'aveugle" au cas que x n'est pas donnée, mais on a la probabilité

Rappel de notions :

• $\{R, \bar{R}\}$ est une partition de l'univers

D'après la formule des probabilités totales :

$$P(J) = P(R \cap J) + P(\bar{R} \cap J)$$

$$\bullet P_{\bar{R}}(J) = \frac{P(\bar{R} \cap J)}{P(\bar{R})}$$

$$\bullet P(R \cap J) = P(R) \times P_R(J)$$

$$\binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{1} = n$$

